**Quiz 3**

**ΖΕΡΒΑΣ ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΣ**

**ΑΕΜ:994**

**Aσκηση 1:**

**a)**

f(x,y)=(2\*x-4\*y)^ + e^(x^2-2\*y)

Η παραγωγος είναι η εξης:

df=[8(2\*x-4\*y)^3+e^(x^2-2\*y)2\*x-16(2\*x-4\*y)^3-2e\*(x^2-2\*y)]

∆^2\*f=$\begin{matrix}48\left(2x-4y\right)^{2}+2e\left(x^{2}-2y\right)+4x\^e\^(x^{2}-2y)&48\left(2x-4y\right)^{2}+2e^{x^{2}-2y}+4x\^2e\^(x^{2}-2y)\\96\left(2x-4y\right)^{2}-4xe\^(x\^2-2y)&192\left(2x-4y\right)^{2}+4e\^(x^{2}-2y)\end{matrix}$

**b)**

xo=(1,-1)^T

f(x,y)= f(a,b) + (x-a)\*fx(a,b) +(y-b)\*fy(a,b) + ½\*[(x-a)^2fxx(a,b) + 2(x-a\*(y-b)\*fxy(a,b)+(y-b)^2fyy(a,b)]

= 1296 + e^3 + (x-1)\*[1728+2e^3] + (y+1)\*[-3456-2e^3] + ([(x-1)^2)\*864 + e^3/2 + 2]+ 2\*(x-1)\*(y+1)[3456-4e^3]+(y+1)^2[6919e^3]

**c)**

Ισχυει από την θεωρια ότι f(ax1)+(1-a)x2)<=af(x1)+(1-a)f(x2) για καθε σημειο του ευθυγραμμου τμηματος που διερχεται από τα x1,x2 για καθε α πραγματικο αριθμο.

**Ασκηση 2:**

**a)**

f(x,y) = (x-2y)^2+e^x (1)

xo=xn=(1,-1)^T

Απο τον τυπο του Newton εχουμε: xn+1=xn-J(xn)^(-1)f(xn) και για J(xn)^(-1) εχουμε τον αντιστροφο του ιακωβιανου πινακα της f.

Exoυμε: J(f)=$\begin{matrix}2\left(x-2y\right)+e\^x&-4(x-2y)\end{matrix}$

f(xn)= (1+2)^2+e=9+e

J(f(xn))=$\begin{matrix}6+e&-12\end{matrix}$

Aντι να λυσουμε την πρωτη εξισωση λυνουμε το συστημα:

[6+ε -12]^Τ Sn=-9-e

Με την μεθοδο ελαχιστων τετραγωνων υπολογιζουμε το διανυσμα Sn.

Αρα εχουμε το επομενο σημειο και ειναι: xn+1=xn+sn για xn=xo=(1,-1)^T για την 1η επαναληψη στην Newton.

**b)**

Συμφωνα με την μεθοδο της αποτομης καταβασης εχουμε οτιτο επομενο σημειο στο οποιο θα κατευθυνθουμε ειναι το xo+a∆f(xo)=[1,-1]^T+1(9+e)

**Aσκηση 3**

**a)**

f’(x)=[4 5 6]^T + $\begin{matrix}9&2&1\\2&9&3\\1&3&9\end{matrix}$ \*X^Τ

f’’(x)=$\begin{matrix}9&2&1\\2&9&3\\1&3&9\end{matrix}$ , ομως το αποτελσμα του Χ^Τ\*A\*x ειναι θετικο για καθε διανυσμα x διαστασεων 3x1,αρα ο πινακας μας ειναι θετικα ορισμενος . Με f’’(x)>0 συμμεραινουμε ότι η f ειναι κοιλη και οχι κυρτη.

**c)**

b=[4;5;6];

x=[3:1];

xa=x';

a=[9 2 1;2 9 3;1 3 9];

ekfrash = ' (xa \* a \* x) + (b \* x) + 13 ' ;

f = inline(ekfrash);

df = diff(sym(ekfrash))

x0=1;

df2 = diff(sym(df))

[x, fmin, II, output] = congrad(f, df, x0)

subplot(2,1,1)

semilogy(II(:,1));

xlabel('Iterations');

ylabel('norm(dx, 1)');

subplot(2,1,2)

semilogy(II(:,2));

xlabel('Iterations');

ylabel('df');

**d)** Παρατηρουμε ότι για να εκτελεστει η μεθοδος conjugate gradient χρειαζεται να γνωριζουμε το παραπροηγουμενο στοιχειο ώστε να εκτελεστει ο αλγοριθμος της μεθοδου κατι που δεν χρειαζεται στην μεθοδο αποτομης καταβασης. Επισης, στον τυπο της αποτομης καταβασης δεν χρησιμοποιειται η ριζα του κ κατι που γινετε στην conjugate gradient όπως παρατηρουμε ότι η μεθοδος αυτή χρειαζεται περισσοτερες πραξεις από την μεθοδο αποτομης καταβασης.

**Aσκηση 4**

Τα κριτηρια τερματισμου ειναι:

Για την Μεθοδος Newton: Οταν f(x)=h=0

Για τη Steepest down: Oταν $∆f(x\^k)=0)$

Για την Conjugate gradient:Οταν r^(k-1)=0 με x=x^(k-1) , οπου r^(k-1)=b-Ax^(k-1)

Για την Xρυση τομη: Oταν |α-b|<tal , οπου tal to σφαλμα που προκυπτει απο την συναρτηση και α=x1 και b=x2 , oπου a,b τα ακραια σημεια του διαστηματος.

**Ασκηση 5**

**a)**

f(x,y)=3\*x^2-12\*x\*y+19\*y^2 -2\*x -4\*y +5

fx=6\*x-12\*y-2

 fy=-12\*x+38\*y-4

fxy=-12

Λυνουμε το συστημα fx=0 και fy=0:

-12\*x+38\*y-4=0 και 6\*x-12\*y-2=0

=> x=1,5 , y=4/7

Υπολογιζουμε το Δ και εχουμε:

Δ=fxx(1.5,4/7)fyy(1,5,4/7)-fxy(1.5,4/7)=6\*38-(-12)^2=84 >0

Επισης,

fxx(1.5,4/7)>0 με Δ>0 το σημειο (1.5,4/7) ειναι Τ.Ε με τιμη : f(1.5,4/7)=-0,5

**b)**

g(s,t)=s^3+3\*t^2+12st+2

Yπολογιζουμε:

gs=3\*s^2+12\*t, gt=6\*t+12s,gst=12

Λυνουμε το συστημα gs=0 kai gt=0:

3\*s^2+12\*t=0

 12s+6y=0

=> x1=0 , x2=8 , y1=0 , y2=16 , αρα τα σημεια ακροτατων ειναι (0,0) και (8,16)

Βρισκουμε το Δ για το 1ο σημειο και εχουμε:

Δ1=gss(0,0)\*gtt(0,0)-gst(0,0)=-12

αρα επειδη Δ1<0 ετσι το σημειο (0,0) ειναι σαγματικο σημειο.

Βρισκουμε το Δ για το 2ο σημειο και εχουμε:

Δ2=gss(8,16)gtt(8,16)-gst(8,16)=48\*6-12=276

Aρα επειδη gss(8,16)>0 kai Δ2>0 το (8,16) ειναι Τ.Ε με τιμη : g(8,16)=3328